

1. Mathematische Grundlagen

Berechnen Sie:

a) $\sin(30^\circ)$

b) $\sin(\pi/8)$

c) $\cos(1,37)$

d) $\cos(13,5^\circ + \pi/3)$

e) $\sin\left(2\pi \frac{300\text{km}}{6000\text{km}}\right)$

f) $\arcsin\left(\frac{1000\text{MW} \cdot 40\Omega}{395\text{kV} \cdot 405\text{kV}}\right)$

2. Stern-/Dreiecksschaltungen

Berechnen Sie die Wirk- und Blindleistungsaufnahme der beiden Lasten in Abbildung 1 und 2.

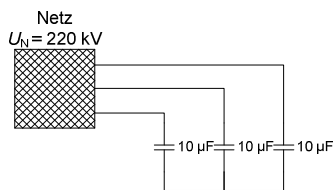


Abbildung 1 Last in Sternschaltung

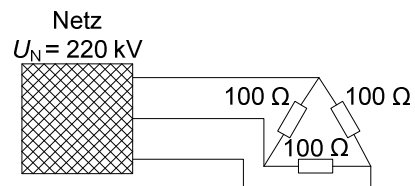


Abbildung 2 Last in Dreiecksschaltung

3. Definition von Wirk- und Blindleistung

- a) Betrachten Sie folgendes Ersatzschaltbild. Eine Last ist an das 110 kV-Netz angeschlossen. Wie groß ist die bezogene Wirk- und Blindleistung? Ist die bezogene Blindleistung kapazitiv oder induktiv?

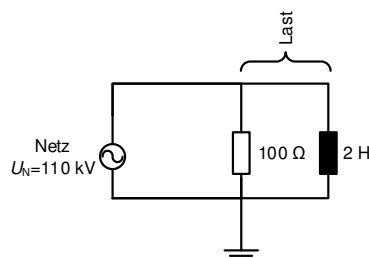


Abbildung 3 Last am 110 kV-Netz

- b) Von Netz 1 wird Leistung nach Netz 2 übertragen. Ist Netz 1 eine kapazitive oder eine induktive Quelle? Ist Netz 2 eine kapazitive oder eine induktive Last?

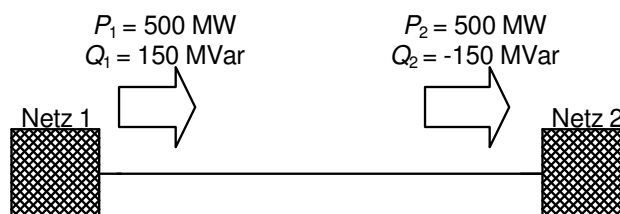


Abbildung 4 Leistungsübertragung zwischen zwei Netzen

4. Berechnung von Impedanzen und Leistungsflüssen

Ein Kraftwerk speist über seinen Maschinentransformator und ein 2km langes 110-kV-Kabel in ein Umspannwerk ein. Dieses Umspannwerk ist über eine 10km lange 400-kV-Leitung mit dem Netz verbunden, siehe Abb. 5.

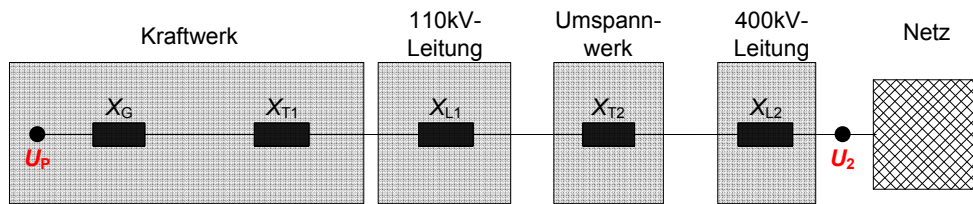


Abbildung 5. Netzeinspeisung eines Kraftwerks

Die folgenden Daten der Betriebsmittel sind bekannt:

Generator	Maschinentrafo	110-kV-Kabel:	Netzkuppeltrafo
$S_{NG} = 150 \text{ MVA}$	$S_{NT1} = 175 \text{ MVA}$	$l = 2 \text{ km}$	$S_{NT2} = 375 \text{ MVA}$
$P_{NG} = 100 \text{ MW}$	$u_{KT1} = 11 \%$	$L' = 0,46 \text{ mH/km}$	$u_{KT2} = 15 \%$
$x_d = 1,2$	$\vec{u}_{T1} = 110 \text{ kV}/11 \text{ kV}$		$\vec{u}_{T2} = 400 \text{ kV}/110 \text{ kV}$
$U_{NG} = 11 \text{ kV}$			400-kV-Leitung
			$X_{L2} = 4,084 \Omega$

- Berechnen Sie die Ersatzimpedanzen für Generator, Maschinentransformator, 110-kV-Kabel und den Netzkuppeltrafo im Umspannwerk
- Berechnen Sie die Gesamtimpedanz des Übertragungssystems in Abb. 5 einmal bezogen auf 11 kV und einmal bezogen auf 400 kV.
- Berechnen Sie anschließend den Leitungswinkel ϑ des Gesamt-Übertragungssystems, wenn das Kraftwerk seine Nenn-Wirkleistung bei Nennspannung ins Netz einspeist. Verwenden Sie einmal die Bezugsspannung 11 kV und einmal 400 kV.

Hilfestellung

Schritt 1: Bezugsspannung wählen.

Alle Impedanzen und Spannungen die in die Gleichungen eingesetzt werden, müssen auf dieselbe Spannungsebene bezogen sein. Hilfreich für die Auswahl von U_B : Bereits vorgegebene Impedanzen auf einer bestimmten Spannungsebene.

Schritt 2: Ersatzimpedanzen für Bezugsspannung U_B berechnen.

- Transformatoren: $X_{T,B} = u_k \frac{(U_B)^2}{S_N}$
- Generatoren: $X_{G,B} = x_d \frac{(U_B)^2}{S_N}$
- Leitungen: $X_{L,B} = X_L \cdot \left(\frac{U_B}{U_N}\right)^2 = \omega \cdot l \cdot L' \cdot \left(\frac{U_B}{U_N}\right)^2$ mit U_N Nennspannung der Leitung

Schritt 3: Gesamtimpedanz X_B berechnen

Schritt 4: Passende Gleichung aufstellen.

Das Kriterium für die richtige Gleichung ist die Übertragungsstrecke (Kraftwerk-Netz, Netz-Netz, etc.) sowie die Verwendung von kurzen oder langen Leitungen ($l > 50 \text{ km}$).

Schritt 5: Nach gesuchter Größe umstellen und Gleichung lösen.

Musterlösung EÜN

Energieübertragung im Drehstromnetz

Beiblatt 1:

1.1 Mathematische Grundlagen

- a) $\sin(30^\circ) = 0,5$
- b) $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{8} \cdot \frac{180^\circ}{\pi}\right) = 0,383$
- c) $\cos(1,37) = \cos\left(1,37 \cdot \frac{180^\circ}{\pi}\right) = 0,2$
- d) $\cos(13,5^\circ + \frac{\pi}{3}) = \cos(13,5^\circ + 60^\circ) = 0,284$
- e) $\sin\left(2\pi \cdot \frac{300 \text{ km}}{6000 \text{ km}}\right) = \sin(2\pi \cdot 0,05) = \sin(360^\circ \cdot 0,05) = 0,309$
- f) $\arcsin\left(\frac{1000 \text{ MW} \cdot 40 \Omega}{395 \text{ kV} \cdot 405 \text{ kV}}\right) = \arcsin(0,25) = 14,48^\circ$

1.2 Stern-/Dreieckschaltungen

Es gilt folgende Konvention:

U_N ist immer eine Dreiecksspannung bzw. eine Leiter-Leiter-Spannung.

Außerdem:

$$\underline{S} = P + jQ = 3 \cdot U_Y \cdot \underline{I}^* = \sqrt{3} \cdot U_\Delta \cdot \underline{I}^*$$

Sternschaltung

Über jedem Bauteil liegt die Stern- bzw. die Leiter-Erde-Spannung U_Y an. Darüber kann der Strom $\underline{I}$ berechnet werden.

$$\begin{aligned}\underline{S} &= 3 \cdot U_Y \cdot \underline{I}^* \\ &= \sqrt{3} \cdot U_\Delta \cdot \underline{I}^* = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot \left(\frac{U_Y}{\underline{Z}}\right)^* \\ &= \sqrt{3} \cdot U_N \cdot \left(\frac{U_Y}{\frac{1}{j\omega C}}\right)^* = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot \frac{U_N}{\sqrt{3}} \cdot (j\omega C)^* \\ &= U_N^2 \cdot (-j\omega C)\end{aligned}$$

Die Kondensatoren beziehen also erwartungsgemäß nur eine Blindleistung von $-152,05 \text{ MVar}$.

Dreiecksschaltung

Über jedem Bauteil liegt jetzt die Dreiecksspannung U_N an:

$$\begin{aligned}\underline{S} &= 3 \cdot U_\Delta \cdot \underline{I}^* \\ &= 3 \cdot U_N \cdot \left(\frac{U_N}{R}\right)^* \\ &= 3 \cdot \frac{U_N^2}{R}\end{aligned}$$

Die Widerstände beziehen also wie zu erwarten eine reine Wirkleistung von 1452 MW .

1.3 Definition von Wirk- und Blindleistung

- a) Last am 110kV-Netz

$$\underline{S} = P + jQ = 3 \cdot U_Y \cdot \underline{I}^* = \sqrt{3} \cdot U_\Delta \cdot \underline{I}^* = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot \underline{I}^*$$

Für den Strom gilt $\underline{I} = \frac{U_Y}{\underline{Z}}$.

Für die Impedanz gilt hier:

$$\underline{Z} = R || j\omega L = \frac{j\omega RL}{R + j\omega L}$$

Damit ergibt sich der Strom zu

$$\underline{I} = \frac{U_N}{\sqrt{3} \cdot \underline{Z}} = \frac{U_N}{\sqrt{3} \cdot \frac{j\omega RL}{R + j\omega L}} = \frac{U_N}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} \right)$$

Eingesetzt in die Formel der Scheinleistung ergibt sich:

$$\begin{aligned} \underline{S} &= \sqrt{3} \cdot U_N \cdot \frac{U_N}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} \right)^* \\ &= U_N^2 \cdot \left(\frac{1}{R} - \frac{j}{\omega L} \right)^* \\ &= U_N^2 \cdot \left(\frac{1}{R} + \frac{j}{\omega L} \right) = P + jQ \end{aligned}$$

Damit ergibt sich eine Scheinleistung von $\underline{S} = 121 \text{ MW} + j19,3 \text{ MVar}$, also $P = 121 \text{ MW}$ und $Q = 19,3 \text{ MVar}$. Da wir hier den Anschluss einer Last betrachten, bewegen wir uns sinnvollerweise im Verbraucherzählsystem (VZS). Mit den Vorzeichen von P und Q (beide positiv) finden wir mit Hilfe der Tabelle heraus, dass es sich hier um eine induktive Last handelt. Diese bezieht induktive Blindleistung, was gleichzeitig bedeutet, dass sie kapazitive Blindleistung einspeist.

b) Leistungsübertragung zwischen zwei Netzen

Netz 1:

Speist Leistung in Leitung ein $\Rightarrow$ Erzeugerzählsystem (EZS). Damit und mit $P, Q > 0$ folgt: Netz 1 ist eine induktive Quelle und speist somit induktive Blindleistung ein.

Netz 2:

Erhält Leistung aus der Leitung $\Rightarrow$ Verbraucherzählsystem (VZS). Damit und mit $P > 0, Q < 0$ (siehe Definition der Leistungsrichtung im Skript, Seite 4) folgt:

Netz 2 ist eine kapazitive Last und bezieht somit kapazitive Blindleistung.

1.4 Berechnung von Impedanzen und Leistungsflüssen

a) Ersatzimpedanzen

- Generator:

$$X_{G,11} = x_d \cdot \frac{(U_{N,G})^2}{S_{N,G}} = 0,968 \Omega$$

- Transformator 1 (Blocktransformator):

$$X_{T1,11} = u_k \cdot \frac{(U_{US,T1})^2}{S_{N,T1}} = 0,076 \Omega \quad X_{T1,110} = u_k \cdot \frac{(U_{OS,T1})^2}{S_{N,T1}} = 7,606 \Omega$$

- 110-kV-Leitung

$$X_{L1,110} = l \cdot L' \cdot \omega = 0,289 \Omega$$

- Transformator 2 (Netzkuppltransformator):

$$X_{T2,110} = u_k \cdot \frac{(U_{US,T2})^2}{S_{N,T2}} = 4,84 \Omega \quad X_{T2,400} = u_k \cdot \frac{(U_{OS,T2})^2}{S_{N,T2}} = 64 \Omega$$

- 400-kV-Leitung

$$X_{L2,400} = 4,084 \Omega$$

b) Gesamtimpedanz

Zur Berechnung einer Gesamtimpedanz müssen alle Einzelimpedanzen auf die gleiche Spannungsebene bezogen werden. Dafür gilt:

$$X_{BM,UB} = X_{BM,UN} \cdot \left(\frac{U_B}{U_N} \right)^2$$

Hierbei steht U_B bzw. U_B für die Bezugsspannung, BM für das Betriebsmittel (Generator, Transformator, usw.) und U_N bzw. U_N für die Nennspannung des Betriebsmittels, für welche die Impedanz $X_{BM,UN}$ errechnet wurde.

- Bezugsspannung 11 kV

$$\begin{aligned} X_{ges,11} &= X_{G,11} + X_{T,11} + X_{L1,110} \cdot \left(\frac{11 \text{ kV}}{110 \text{ kV}} \right)^2 + X_{T2,110} \cdot \left(\frac{11 \text{ kV}}{110 \text{ kV}} \right)^2 \\ &\quad + X_{L2,400} \cdot \left(\frac{11 \text{ kV}}{400 \text{ kV}} \right)^2 \\ &= 968 \text{ m}\Omega + 76 \text{ m}\Omega + 2,89 \text{ m}\Omega + 48,4 \text{ m}\Omega + 3,09 \text{ m}\Omega \\ &= 1,098 \Omega \end{aligned}$$

- Bezugsspannung 400 kV

Analog zur Berechnung mit 11 kV Bezugsspannung ergibt sich $X_{ges,400} = 1452,47 \Omega$. Alternativ kann direkt die Impedanz $X_{ges,11}$ umgerechnet werden:

$$X_{ges,400} = X_{ges,11} \cdot \left(\frac{400 \text{ kV}}{11 \text{ kV}} \right)^2 = 1451,9 \Omega$$

c) Berechnung des Leitungswinkels

Für die gemeinsame Verwendung in den Leistungsflussgleichungen müssen Spannungen und Impedanzen auf die gleiche Spannungsebene bezogen sein.

- Bezugsspannung 11 kV

$$P_1 = \frac{U_{1,11} \cdot U_{2,11}}{X_{ges,11}} \cdot \sin(\vartheta)$$

$U_{1,11}$ ist die Polradspannung des Generators, die 11 kV beträgt. $U_{2,11}$ ist die auf die 11-kV-Ebene bezogene Netzspannung des 400-kV-Netzes. Diese wird durch die beiden Transformatoren auf die Spannungsebene des Generators angepasst:

$$\begin{aligned} U_{2,11} &= U_{2,400} \cdot \frac{1}{\ddot{u}_{T1}} \cdot \frac{1}{\ddot{u}_{T2}} \\ &= 400 \text{ kV} \cdot \frac{11 \text{ kV}}{110 \text{ kV}} \cdot \frac{110 \text{ kV}}{400 \text{ kV}} \\ &= 11 \text{ kV} \end{aligned}$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned} \vartheta &= \arcsin \left(\frac{P_1 \cdot X_{ges,11}}{U_{1,11} \cdot U_{2,11}} \right) \\ &= \arcsin \left(\frac{100 \text{ MW} \cdot 1,098 \Omega}{11 \text{ kV} \cdot 11 \text{ kV}} \right) = 65,15^\circ \end{aligned}$$

- Bezugsspannung 400 kV

$$\begin{aligned}\vartheta &= \arcsin \left(\frac{P_1 \cdot X_{\text{ges},400}}{U_{1,400} \cdot U_{2,400}} \right) \\ &= \arcsin \left(\frac{100 \text{ MW} \cdot 1452,47 \Omega}{400 \text{ kV} \cdot 400 \text{ kV}} \right) = 65,15^\circ\end{aligned}$$

Hier wird die Polradspannung des Generators auf die Netzspannung umgerechnet:

$$\begin{aligned}U_{1,400} &= U_{1,11} \cdot \ddot{u}_{T1} \cdot \ddot{u}_{T2} \\ &= 11 \text{ kV} \cdot \frac{110 \text{ kV}}{11 \text{ kV}} \cdot \frac{400 \text{ kV}}{110 \text{ kV}} \\ &= 400 \text{ kV}\end{aligned}$$